Vulkaan

12 maximumscore 3

- $t = \dfrac{x}{210\cos(\alpha)}$ — 1
- $y = 2000 + 210\sin(\alpha)\cdot\dfrac{x}{210\cos(\alpha)} - 4{,}9\cdot\left(\dfrac{x}{210\cos(\alpha)}\right)^2$ — 1
- $\dfrac{4{,}9}{210^2} = \dfrac{1}{9000}$, dus $y = 2000 + \tan(\alpha)\cdot x - \dfrac{1}{9000\cos^2(\alpha)}\cdot x^2$ — 1

of

- $x = 210\cos(\alpha)\cdot t$ en $y = 2000 + 210\sin(\alpha)\cdot t - 4{,}9t^2$ invullen in formule 2 geeft
  $210\sin(\alpha)\cdot t - 4{,}9t^2 = \tan(\alpha)\cdot 210\cos(\alpha)\cdot t - \dfrac{1}{9000\cos^2(\alpha)}\cdot\left(210\cos(\alpha)\cdot t\right)^2$ — 1
- Dit geeft $210\sin(\alpha)\cdot t - 4{,}9t^2 = \dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}\cdot 210\cos(\alpha)\cdot t - \dfrac{44\,100\cos^2(\alpha)\cdot t^2}{9000\cos^2(\alpha)}$ — 1
- Dit geeft $210\sin(\alpha)\cdot t - 4{,}9t^2 = 210\sin(\alpha)\cdot t - 4{,}9t^2$ dus deze gelijkheid geldt (voor elke waarde van α en t) (en hiermee is formule 2 bewezen) — 1

13 maximumscore 3

- De vergelijking $0 = 2000 + \tan(1)\cdot x - \dfrac{1}{9000\cos^2(1)}\cdot x^2$ moet worden opgelost — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost — 1
- De gevraagde afstand is 5100 (meter) (het antwoord –1000 voldoet niet) — 1

Als een leerling de afstand tot de top van de vulkaan berekent, en daarvoor gebruik maakt van x=5100 (of nauwkeuriger), dan mogen alle punten al worden toegekend mits het eindantwoord op honderden meters is afgerond.

14 maximumscore 4

- Voor een gemeenschappelijk punt moet gelden
  $-\frac{1}{9000}\cdot x^2+4250=-\frac{1+\tan^2(\alpha)}{9000}\cdot x^2+\tan(\alpha)\cdot x+2000$ 1
- Herleiden tot $\frac{\tan^2(\alpha)}{9000}\cdot x^2-\tan(\alpha)\cdot x+2250=0$ 1
- $D=\left(-\tan(\alpha)\right)^2-4\cdot\frac{\tan^2(\alpha)}{9000}\cdot 2250$ 1
- $D=\tan^2(\alpha)-\tan^2(\alpha)=0$ (voor elke α) (dus heeft elke parabool precies één punt gemeenschappelijk met de gestippelde kromme) 1

of

- Er geldt voor formule 3: $\frac{dy}{dx}=\frac{-1-\tan^2(\alpha)}{4500}\cdot x+\tan(\alpha)$ en voor de formule van de gestippelde kromme: $\frac{dy}{dx}=\frac{-1}{4500}\cdot x$ 1
- Gelijkstellen geeft $x=\frac{4500}{\tan(\alpha)}$ 1
- $x=\frac{4500}{\tan(\alpha)}$ invullen in formule 3 geeft:
  $y=\frac{-1-\tan^2(\alpha)}{9000}\cdot\left(\frac{4500}{\tan(\alpha)}\right)^2+\tan(\alpha)\cdot\frac{4500}{\tan(\alpha)}+2000=-\frac{4500}{2\tan^2(\alpha)}+4250$ 1
- $x=\frac{4500}{\tan(\alpha)}$ invullen in formule 4 geeft:
  $y=-\frac{1}{9000}\cdot\left(\frac{4500}{\tan(\alpha)}\right)^2+4250=-\frac{4500}{2\tan^2(\alpha)}+4250$ (en dus is er voor iedere waarde van α een punt waarin de functiewaarden en de afgeleiden aan elkaar gelijk zijn, dus raken de banen in dat punt aan de gestippelde kromme) 1

Opmerking
Als een kandidaat alleen opmerkt dat moet gelden
$-\frac{1+\tan^2(\alpha)}{9000}\cdot x^2+\tan(\alpha)\cdot x+2000=-\frac{1}{9000}\cdot x^2+4250$ *en*
$\frac{d}{dx}\left(-\frac{1+\tan^2(\alpha)}{9000}\cdot x^2+\tan(\alpha)\cdot x+2000\right)=\frac{d}{dx}\left(-\frac{1}{9000}\cdot x^2+4250\right)$, *voor deze vraag 1 scorepunt toekennen.*